

## Interacción entre la reflexión y la generación de formas de lecho

Cobos, Manuel<sup>a</sup>; Clavero, María<sup>a</sup>; Longo, Sandro<sup>b</sup>; Baquerizo, Asunción<sup>a</sup> y Losada, Miguel Ángel<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Grupo de Dinámica de Flujos Ambientales (GDFA). Instituto Interuniversitario de Investigación del Sistema Tierra en Andalucía (IISTA) – Universidad de Granada. Avda. del Mediterráneo s/n. 18006, Granada. [mcobosb@ugr.es](mailto:mcobosb@ugr.es), [mclavero@ugr.es](mailto:mclavero@ugr.es), [abaqueri@ugr.es](mailto:abaqueri@ugr.es), [mlosada@ugr.es](mailto:mlosada@ugr.es) <sup>b</sup>Dipartimento di Ingegneria e Architettura (DIA), Università di Parma, Parco Area delle Scienze, 181/A, 43124 Parma, Italia. [sandro.longo@unipr.it](mailto:sandro.longo@unipr.it)

### Resumen

*Este artículo presenta un análisis de la evolución temporal de las características hidrodinámicas del oleaje, por medio de la valoración del coeficiente de reflexión, y de las características morfodinámicas del lecho, a través del perfil de fondo. Se ha realizado una serie de 10 ensayos en canal de oleaje bajo las siguientes premisas: reflexión parcial del oleaje originado por un dique vertical poroso, oleaje fuera de la zona de rompientes y transporte del sedimento por fondo. En el análisis experimental se observa que durante la generación y evolución del lecho, se reduce el módulo del coeficiente de reflexión entre un 4% y un 9%, así como que la fase se reduce, a su vez, desplazando la envolvente del oleaje y del perfil de fondo hasta un veinteavo de longitud de onda. Los efectos adversos de este desplazamiento en el frente del dique expuesto al oleaje son por una parte la sobrelevación del oleaje, y por otra, la erosión del lecho a pie de dique.*

**Palabras clave:** reflexión, rizaduras, barras, formas de lecho, transporte por fondo.

### 1. Introducción

El oleaje, en su viaje hacia la costa, puede encontrarse con numerosos elementos que impiden parcial o totalmente su propagación. Algunos de estos elementos, como acantilados o playas de elevada pendiente, tienen su origen en la naturaleza, otros son obras artificiales construidas con el fin de crear zonas abrigadas del oleaje, facilitar el acceso a un puerto o evitar la erosión en playas, por ejemplo. Entre ellos, unos interactúan con el oleaje de forma suave y gradual, siendo la cantidad de energía que devuelven sus contornos relativamente pequeña. Otros, sin embargo, reflejan una porción importante de la energía incidente modificando el patrón oscilatorio por la superposición de las oscilaciones incidente y reflejada. En la figura 1 se muestran algunos ejemplos de elementos reflejantes que interactúan con el oleaje incidente.

En algunos de estos lugares, el lecho marino dispone de sedimento en abundancia. En ellos el sedimento se desplaza y da lugar a la erosión o acumulación de sedimento en distintas zonas, bajo la acción permanente y moderada de la corriente conducida por el oleaje. Este proceso de transporte del sedimento del fondo puede comprometer en muchos casos la estabilidad de diques por la erosión de su pie; puede producir una acumulación excesiva de sedimento que soterre y obstruya conducciones submarinas; o puede aterrar zonas de los canales de navegación de los puertos.

El proceso de transporte de sedimentos en general desarrolla formas rítmicas del fondo. Estas estructuras sedimentarias se conocen como formas de lecho. En las últimas décadas, el estudio de las características geométricas y cinemáticas y de las condiciones hidrodinámicas que dan lugar a los diferentes patrones del fondo bajo oleaje progresivo, han sido ampliamente estudiados (Nielsen, 1992). Sin embargo, la naturaleza de las áreas costeras describe un nuevo escenario donde la reflexión cobra un papel fundamental (Baquerizo, 1995; Landry, 2011). Bajo condiciones de reflexión moderada, como pueden ser las que se dan en playas disipativas e intermedias, la altura de ola total varía en la dirección perpendicular al elemento reflejante. La relación que se establece entre la altura de la ola que progresa hasta el elemento reflejante y la que es devuelta, se denomina como coeficiente de reflexión, y su expresión matemática se define como el cociente entre las amplitudes complejas reflejada,  $A_R$  e incidente,  $A_I$ :

$$\frac{A_R}{A_I} = Ke^{i\varphi} \quad (1)$$

y es un número complejo que está determinado por su módulo,  $K$ , y su fase,  $\varphi$ .

El incremento de la altura de ola que supone la presencia de un elemento reflejante es una variable presente en el diseño y construcción de obras marítimas. Esta reflexión, además, genera patrones rítmicos en el fondo que perturban, a su vez, las condiciones del oleaje. La interacción entre *formas de lecho – oscilación parcialmente estacionaria* es, por tanto, un proceso que evoluciona en el tiempo.



Fig. 1. Elementos que inciden en la propagación del oleaje generando reflexión.

Este artículo presenta un análisis preliminar de la evolución temporal de las características hidrodinámicas del oleaje por medio de la valoración del coeficiente de reflexión y de las características morfodinámicas del lecho a través del perfil de fondo. Con tal fin, la sección 2 muestra de manera simplificada el estudio teórico de la generación de formas de lecho en condiciones de reflexión y la configuración y metodología de experimentación que se ha seguido para abordar el problema. En la sección 3 se muestran y discuten los resultados de los métodos de análisis del fondo, de la reflexión y la incidencia conjunta. Por último, la sección 4 cierra el artículo con las conclusiones del trabajo.

## 2. Métodos y materiales

Esta sección se divide en dos. La primera parte ilustra el procedimiento teórico para explicar el proceso físico que permite la generación y evolución posterior de los patrones rítmicos de fondo por el oleaje total o parcialmente estacionario. La segunda parte describe el procedimiento experimental llevado a cabo para estudiar el fenómeno y los métodos de análisis que se emplean para cuantificarlo.

### 2.1 Estudio teórico del problema hidromorfodinámico.

Se considera una situación ideal en la que una oscilación progresiva de altura  $H_i$  incide perpendicularmente sobre un elemento vertical reflejante de anchura infinita. La onda reflejada, de altura  $H_r$  se propaga en sentido contrario superponiéndose a la primera y formando una oscilación parcial o totalmente estacionaria. Se asume que no se produce la rotura de la oscilación, que el espesor de la capa límite es inferior a la altura de ola, y la altura de la ola inferior a la profundidad del agua. Estas condiciones se encuentran habitualmente en la zona de asomeramiento y permiten la simplificación del problema al estudio 2DV del oleaje con teoría lineal. La superposición de ambas ondas origina un perfil de ola parcialmente estacionario cuyas características espaciales quedan definidas por la posición de los quasinodos y quasi-antinodos. El perfil de velocidades que resulta bajo estos elementos estacionarios se representa en la figura 2.a. En la capa de límite de fondo (CLF), el perfil de velocidades se adapta de forma que se cumplan las condiciones de contorno de fondo y de acuerdo entre capas.

Al extender el análisis teórico al segundo orden (considerando tan sólo los términos medios) es cuando aparece el papel tan importante que juega la reflexión. El transporte unidireccional de masa en la CLF, que se obtiene en condiciones de oleaje progresivo, se convierte en una circulación en forma de celdas de longitud equivalente a un cuarto de longitud de onda y cuya dirección se invierte de la CLF al núcleo (figura 2.b). La circulación que se obtiene es horaria entre los quasi-nodos y -antinodos en la dirección de propagación del oleaje. Para más información del análisis teórico, se remite a los libros de Dean y Dalrymple (1991) y Mei *et al.* (2005).

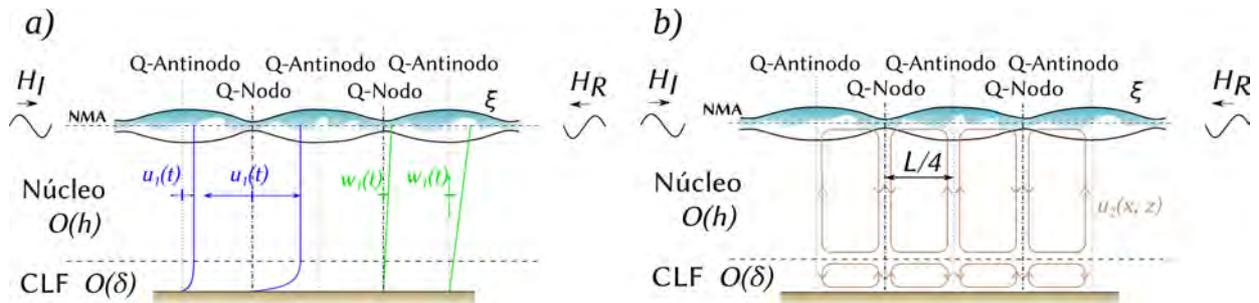


Fig. 2. Patrón de corrientes en condiciones de reflexión parcial. a) Perfiles verticales de velocidad horizontal ( $u_1$  - azul) y vertical ( $w_1$  - verde) bajo los quasi-nodos y -antinodos que se forman en condiciones de reflexión parcial (solución de primer orden de teoría lineal con reflexión). b) Celdas de recirculación [ $u_2(x, z)$ ] que se obtienen de la resolución teórica de la componente media de la velocidad del segundo orden. Los términos NMA,  $\xi$ ,  $h$ ,  $\delta$  y CLF son el nivel medio del agua, envoltura del oleaje, espesor o profundidad de la capa no viscosa, espesor de la capa viscosa y capa límite de fondo, respectivamente.

Por otro lado, el proceso de generación de rizaduras con oleaje parcialmente estacionario es similar al del oleaje progresivo. La velocidad de la corriente debida al oleaje genera un esfuerzo cortante en el fondo que si supera el cortante crítico del sedimento (en la práctica se asume inicio del movimiento con un parámetro crítico de Shields,  $\theta \sim 0,05$ ), lo pone en movimiento (Nielsen, 1992). Esto da lugar a pequeñas agrupaciones de sedimentos que elevan el factor de fricción y permiten la aparición y el desarrollo de rizaduras (figura 3.a). En el caso de las barras, se asume que el transporte de sedimento se produce por fondo, o en otras palabras, en la CLF. Por lo tanto, las celdas de recirculación de la CLF, al incluir los términos medios del segundo orden en condiciones de reflexión, desplazan el sedimento activo para formar las barras, cuyas crestas y senos se localizan en los quasi-nodos y -antinodos, respectivamente (figura 3.b).

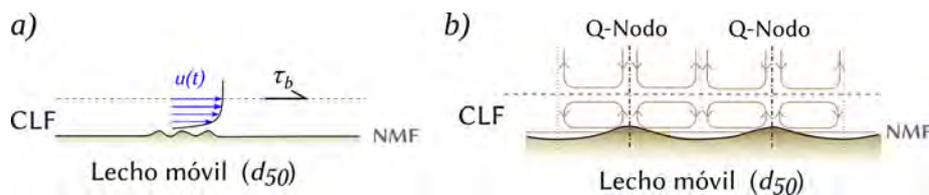


Fig. 3. Generación de formas de lecho en condiciones de reflexión parcial. a) Formación de rizaduras y b) formación de barras. Las características hidrodinámicas se describen en la Figura 2. Los términos NMF y  $d_{50}$  son el nivel medio del fondo y el diámetro medio del sedimento.

## 2.2 Estudio experimental

### 2.2.1 Configuración de los experimentos

Se ha realizado un estudio experimental que ha constado de 10 ensayos distintos en el canal de oleaje y corriente del IISTA (Universidad de Granada). El canal está equipado con una pala tipo pistón dotada de un sistema de absorción activa de la reflexión. En él se ha construido una playa horizontal de arena homogénea de sedimento no cohesivo de tamaño medio de grano 0,32 mm. Se ha colocado un dique poroso vertical que produce la reflexión parcial del oleaje. Las características del oleaje se detallan en la tabla 1. La figura 4 muestra la configuración experimental donde las distancias están en centímetros.

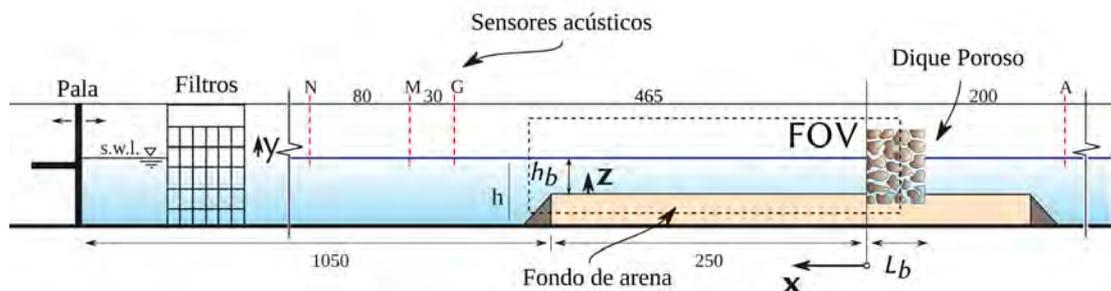


Fig. 4. Esquema del canal con la configuración experimental. Los términos en **negrita** se corresponde con los ejes utilizados. Los términos  $h$ ,  $h_b$  y  $L_b$  son la profundidad del agua en el canal, la profundidad hasta la cama de arena y la longitud del dique poroso.

Se han realizado ensayos en los que se ha generado oleaje regular o irregular en intervalos de 20 minutos. En ellos se ha medido la superficie libre con tres sensores acústicos de nivel (N, M y G) situados fuera de la zona de influencia de la playa. La evolución del fondo se ha registrado fotográficamente cada 20 minutos dentro del campo de visión (FOV) que se observa en la figura 4. La cámara se instaló sobre un trípode situado a una distancia de 2 metros. Este proceso se ha

repetido hasta que se ha alcanzado el equilibrio dinámico de las barras (más detalles del procedimiento experimental en Cobos *et al.*, 2017a y b). Los ensayos 008 – 010 no partieron del perfil de fondo horizontal, sino del fondo resultante del ensayo anterior.

### 2.2.2 Análisis de la generación de formas de lecho

El análisis de la generación y evolución de las formas de lecho se ha realizado a partir de las imágenes tomadas por la cámara. A las imágenes del fondo se le aplicó el método de rastreo descrito en Baglio *et al.* (1998) para obtener la evolución del fondo. Las instantáneas se procesaron de la siguiente manera: (1) el chroma azul permitía un mejor contraste entre el agua y el fondo, así que se convirtió a gris, (2) se intensificó el contraste de la imagen, (3) se agruparon los píxeles en dos grupos a partir del algoritmo *k-media*, (4) se enfatizó el contorno con la aplicación de un filtro tipo Gabor; (5) se rastreo el fondo buscando la posición del contorno; y, (6) se rescaló el perfil del fondo obtenido. De la aplicación, se obtuvieron entre 9 y 16 perfiles del fondo con una resolución mínima de 0,6 mm aproximadamente.

Test	Caso	$T, T_p$ (s)	$H, H_{rms}$ (cm)	$u_{b0}$ (cm/s)	$\Psi$	Duration (min)
001*	RFP	1,05	4	15,8	5	20
002*	RFP	1,05	5	19,8	8	20
003	RFP	1,05	6	23,8	11	160
004*	RFP	1,30	4	18,2	6	40
005	RFP	1,30	5	23,0	10	200
006	RFP	1,30	6	28,2	15	200
007	IFP	1,30	6	27,5	15	300
008	IFP	1,30	7	32,4	20	320
009	IFP	1,30	7,5	35,3	24	280
010	IFP	1,30	8	37,8	28	240

Tabla 1. Parámetros de los experimentos. Columna caso: ‘R’ e ‘I’ significa oleaje regular e irregular; ‘F’ se utiliza para fondo horizontal y ‘P’ para reflexión parcial.  $T$  y  $T_p$  son el periodo y el periodo de pico para oleaje regular e irregular;  $H$  y  $H_{rms}$  son la altura de ola y altura de ola media cuadrática;  $u_{b0}$  es la amplitud de la velocidad de fondo calculada de acuerdo a la teoría de flujo potencial;  $\psi = u_{b0}^2 / (g(s-1)d_{50})$  es el número de movilidad. El símbolo \* identifica los experimentos en los que no se detectó movimiento del fondo.

### 2.2.3 Evaluación de la reflexión

El análisis de la reflexión se ha llevado a cabo a partir del método de separación de la señal incidente y reflejada de Baquerizo (1995). Este método calcula el módulo y la fase de la reflexión (ec. 1) de tres señales continuas y simultáneas de sensores situados en diferentes posiciones, en la dirección de propagación del oleaje y a la misma profundidad. Los coeficientes de las ondas incidente y reflejada se obtienen de la minimización del valor absoluto de la suma del error medio cuadrático entre las señales registradas y teóricas en los tres sensores:

$$E = \sum_{m=1}^3 |\epsilon^m|^2 \quad (2)$$

$$\epsilon^m = \sum_{j=1}^N z_I^j e^{ik_j x_m} + z_R^j e^{-ik_j x_m} - B^{j,m} \quad (3)$$

donde  $e$  e  $i$  son la exponencial y el número imaginario,  $z_I^j$  y  $z_R^j$  son las amplitudes complejas incidentes y reflejadas que minimizan el error total  $E$ ;  $B^{j,m}$  es el coeficiente de Fourier complejo de la serie de superficie registrada para la frecuencia  $j$  en la posición  $m$ ;  $k_j$  es el número de onda de la frecuencia  $j$  y  $x_m$  es la posición del sensor  $m$ . El módulo de la reflexión se obtiene de la la raíz cuadrada de la división entre la suma de la densidad espectral reflejada e incidente y la fase se obtiene como la diferencia angular entre la componente espectral incidente y reflajada del pico espectral.

## 3. Resultados

El análisis y la interpretación de los resultados ha seguido la metodología descrita.

### 3.1. Análisis de la generación de las formas de lecho.

El foco en este análisis se ha puesto en la detección del instante en el que las formas de lecho de diferentes escalas emergían en el perfil de fondo. Como comentario general, el número de Rouse en todos los ensayos fue superior a 8 por lo que el transporte de sedimento en la CLF se producía por fondo. A lo largo de los experimentos se constató que parte de este transporte tenía lugar fuera de la capa límite de fondo, si bien, el transporte de sedimentos continuaba respondiendo a los patrones de recirculación descritos en la figura 2.b. Así, las crestas de las barras se localizaron bajo los quasi-nodos.

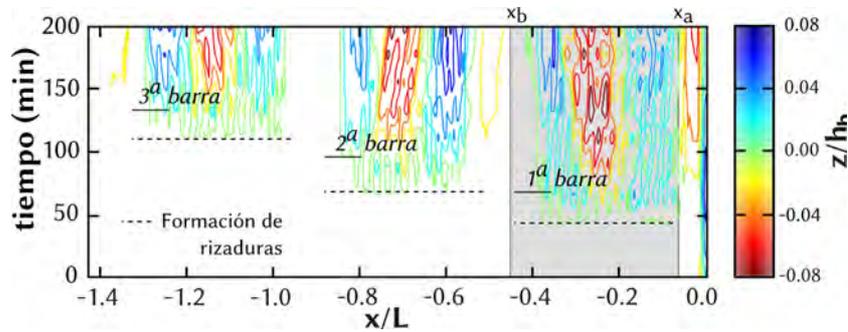


Fig. 5. Evolución espacial y temporal de las formas de lecho para el ensayo número 005.

La figura 5 muestra un ejemplo de la evolución espaciotemporal del perfil de fondo para el ensayo número 005 (oleaje regular con altura de ola de 5 cm y periodo de 1,3 segundos). Se describen a continuación los procesos teóricos hidromorfodinámicos que tienen lugar en la ventana espacial definida entre  $x_a$  y  $x_b$ . Se observa como el perfil no comienza a evolucionar hasta el minuto 40. Durante esta etapa, el transporte de sedimentos es prácticamente inapreciable. El parámetro de movilidad obtenido para este ensayo se muestra en la tabla 1. Se observa que valores por debajo 10 no generaron transporte de sedimento. En este caso ( $\psi = 10$ ), el sedimento se agrupa muy lentamente formando pequeñas rugosidades. En la segunda etapa ( $t = 40 - 60$  minutos) comienzan a aparecer las primeras rizaduras. Estas incrementan localmente el factor de rugosidad favoreciendo su evolución. Al final de esta etapa, el sedimento del fondo se mueve, permitiendo que entre en juego la dinámica más lenta de formación de barras. De esta forma, durante la última etapa, son tres los procesos hidromorfodinámicos que tienen lugar en el perfil: (1) la evolución vertical de la barra (su longitud esta confinada por la longitud de las celdas de recirculación o distancia entre quasi-nodos y quasi-antinodos); (2) las rizaduras en equilibrio dinámico comienzan a experimentar la corriente desigual inducida por la diferencia de profundidad entre cresta y seno de la barra, y por lo tanto, comienzan a adaptar su geometría con respecto a la de la barra (Cobos *et al.*, 2017a y b); (3) el desarrollo íntegro de rizaduras y barras modifica el factor de fricción permitiendo la evolución de nuevas formas de lecho en el perfil.

### 3.2. Análisis de la reflexión

La reflexión global del sistema se cálculo mediante la aplicación de las ecuaciones 2 y 3 con los datos de superficie libre registrados por los sensores acústicos G, N y M (figura 4).

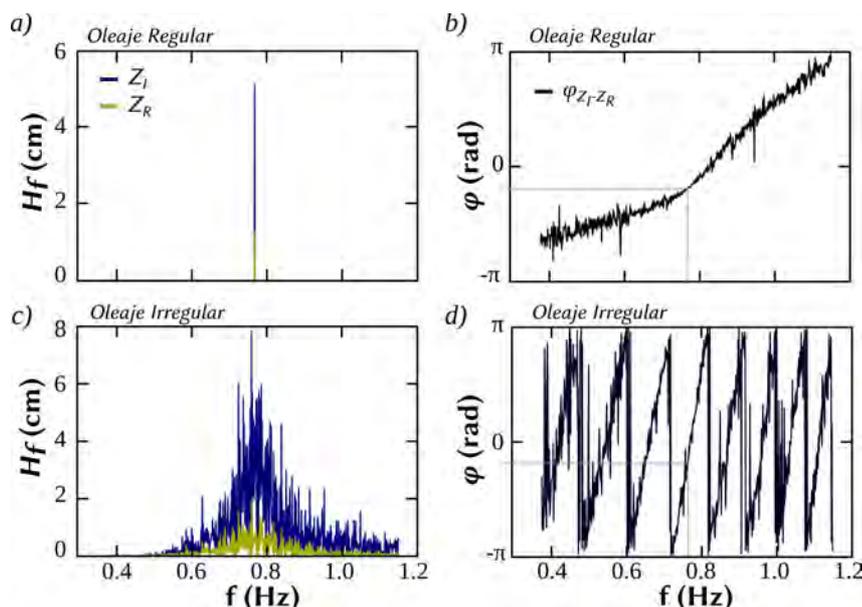


Fig. 6. Módulo de los coeficientes complejos (a y c) y fase de la reflexión (b y d) para el primer intervalo de los ensayos con oleaje regular e irregular número 005 y 007.

Para que exista coherencia entre señales, la distancia entre los sensores acústicos se seleccionó de manera que cumplieran: (1) la mayor distancia entre sensores fuera inferior a una longitud de onda; (2) se evitó que estuvieran uniformemente espaciados.

Las componentes espectrales se calcularon entre las frecuencias mínimas y máximas dadas por la mitad y una vez y media la frecuencia de pico (inversa del periodo pico). La figura 6 muestra los resultados de la aplicación del modelo entre estas frecuencias para oleaje regular e irregular. El panel *a*) muestra la única componente espectral del oleaje para oleaje regular que resulta del análisis teórico. El error que se obtiene de la medición y de la aplicación del método hace que aunque no sean visibles los módulos de la componente espectral, si lo sean las diferencias de sus fases (figura 6.b). El valor del pico se seleccionó para el cálculo de la fase. En el caso de oleaje irregular, se observa una distribución de las componentes espectrales acorde al espectro definido en la generación del oleaje por la pala.

### 3.3. Perturbación de las características hidromorfodinámicas.

La interacción entre los procesos hidrodinámicos y morfodinámicos da lugar al equilibrio dinámico. El perfil de fondo, en concreto, las características geométricas de las formas de lecho a través del transporte de sedimentos, y las condiciones hidrodinámicas, caracterizadas de manera simplificada por el coeficiente de reflexión, evolucionan de manera que la transformación de uno impulsa la alteración del otro, y viceversa.

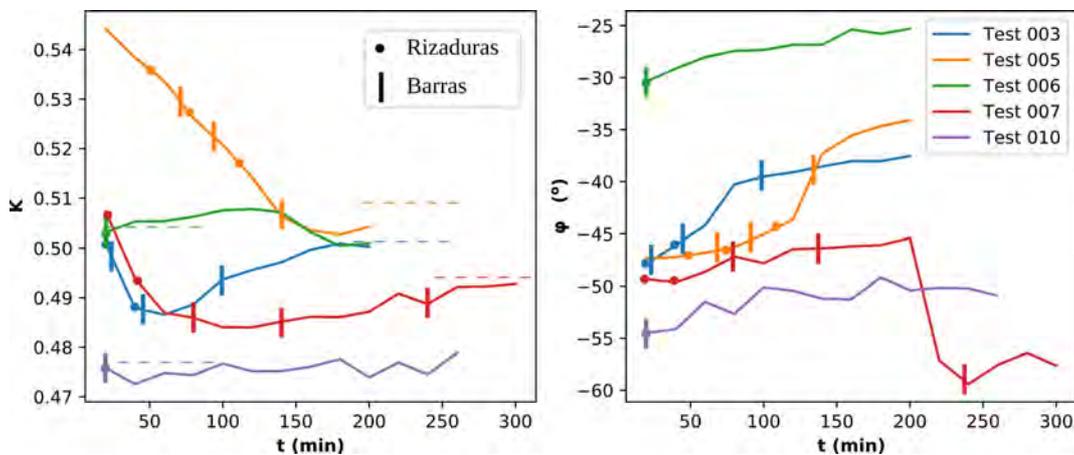


Fig. 7. Evolución de las características hidrodinámicas en términos del coeficiente de reflexión.  $K$  y  $\phi$  son el módulo y la fase de la reflexión.

La figura 7 presenta la evolución del coeficiente de reflexión (módulo y fase) en el tiempo junto con los instantes en los que nuevas formas de lecho (rizaduras y barras) aparecen en el perfil de fondo. Partiendo del fondo horizontal, la celeridad con la que se consigue el equilibrio dinámico depende de  $\psi$  y del tipo de oleaje. El número de movilidad en los ensayos 003 y 005 fue de 11 y 10, respectivamente. En la figura 7.a se observa como el tiempo para alcanzar este estado es de 200 minutos para el ensayo 003 y superior a 200 minutos en el ensayo 005. Sin embargo, en los ensayos 006 y 007 ( $\psi = 15$ ) la altura y el periodo del oleaje fue el mismo pero no el tipo de oleaje. Se observa como el perfil con oleaje regular (ensayo número 006) se desarrolla completamente en los primeros 20 minutos del ensayo, mientras que el perfil bajo oleaje irregular se desarrolla completamente aproximadamente a los 280 minutos. La diferencia entre los instantes de equilibrio en ambos casos radica en la hidrodinámica del proceso. El oleaje regular desarrolla las celdas de recirculación de la componente media de la corriente del segundo orden con una longitud fija y definida de  $L/4$ . Esto permite la creación de barras muy definidas y localizadas como se observa en la figura 5. Sin embargo, con oleaje irregular, la corriente se genera por la contribución de diferentes componentes espectrales del oleaje, cuyo periodo es diferente, y cuyas longitud de celda también. De esta manera la acción del oleaje irregular sobre el fondo se suaviza.

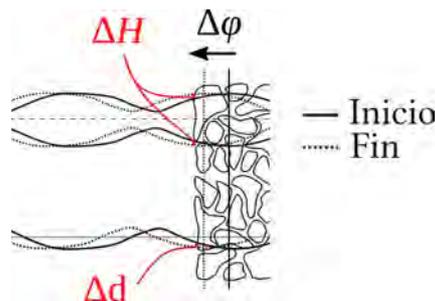


Fig. 8. Desplazamiento de la envolvente del oleaje y del perfil del fondo por efecto de la variación en la fase de la reflexión.

En general, se aprecia como la generación de rizaduras y barras disminuye la reflexión y la fase tiende a anularse. En términos energéticos, la generación de formas de lecho reduce la energía disponible resultando en un descenso del coeficiente de reflexión. Alcanzado el equilibrio dinámico,  $K$  se estabiliza.

En cuanto a la fase de la reflexión, el efecto sobre el oleaje y el perfil de fondo en el contorno reflejante es notable. En el primero, la reducción de la fase supone un desplazamiento del quasi-antinodo localizado virtualmente en el interior del dique hacia el contorno, aumentando la altura de ola registrada en él. El efecto sobre el fondo es el inverso. Este desplazamiento induce el movimiento de la barra en consonancia con el del quasi-nodo, aumentando la erosión en el pie del dique. Este proceso es el que se muestra en la figura 8 y que también se identifica en la figura 5 con el desplazamiento de las crestas de las barras hacia los quasi-antinodos alternos.

#### 4. Conclusiones

La metodología teórico-experimental propuesta permite abordar el problema de la cuantificación de la evolución conjunta de las características hidromorfodinámicas en términos del coeficiente de reflexión, y la generación de formas de lecho. Se observa que en condiciones de reflexión parcial y con lecho horizontal, la generación y evolución del fondo reduce el módulo del coeficiente entre un 4 % y un 9 %. Parte de la energía incidente y reflejada del oleaje se invierte en movilizar el sedimento del fondo dando lugar a rizaduras y barras. Por otro lado, se observa una reducción de la fase de hasta 13°. El quasi-antinodo virtualmente emplazado en el interior del dique se desplaza hacia el contorno a barlomar. La implicación en este caso es doble al incidir sobre la envolvente del oleaje y sobre el patrón de fondo. En el primer caso aumenta la altura de ola que se mide en el paramento a barlomar del dique, mientras que en el fondo, se produce una mayor erosión en el pie del dique.

#### Agradecimientos

Este estudio ha sido parcialmente financiado por el Campus de Excelencia Internacional BioTic Granada bajo el proyecto titulado '*Formación y evolución de formas de lecho en la zona de asomeramiento de playa reflejantes*' y por el Campus de Excelencia Internacional del Mar (CEIMAR).

#### Referencias

- BAGLIO, S. FARACI, C. y FOTI, E. (1998). «Structured light approach for measuring searipple characteristics». In *OCEANS'98 Conference Proceedings* (Vol. 1, pp. 449-453). IEEE.
- BAQUERIZO, A. (1995). *Wave reflection on beaches: Methods of assessment and forecasting*, Ph.D. thesis, University of Cantabria (in Spanish).
- BAQUERIZO, A., LOSADA, M.A. y SMITH, J.M. (1995). *Wave reflection from beaches: A prediction model*. *Journal of Coastal Research*, 14 (11,291-298. Royal Palm Beach (Florida), ISSN 0749-0208.
- COBOS, M., CHIAPPONI, L., LONGO, S., BAQUERIZO, A. y LOSADA, M.A. (2017a). *Ripple and sandbar dynamics under mid-reflecting conditions with a porous vertical breakwater*. *Coastal Engineering*, 125, 95-118.
- COBOS, M., CLAVERO, M., L., LONGO, S., BAQUERIZO, A. y LOSADA, M.A. (2017b). «Laboratory experiments about bed patterns in the shoaling region under regular waves and reflecting conditions». *Coastal Engineering Proceedings*, 1(35), 25
- DEAN, R.G. y DALRYMPLE, R.A. (1991). *Water wave mechanics for engineers and scientists* (Vol. 2). World Scientific Publishing Co Inc.
- LANDRY, B.J. (2011). *Sand bed morphodynamics under water waves and vegetated conditions*. Ph.D. thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- MEI, C.C., STIASSNIE, M. Y YUE, D.K (2005). *Theory and applications of ocean surface waves: nonlinear aspects*. World Scientific Publishing Co Inc.
- NIELSEN, P. (1992). *Coastal bottom boundary layers and sediment transport* (Vol. 4). World Scientific Publishing Co Inc.